

Aluno _____	Nº _____
--------------------	-----------------

A não identificação desta folha implica que as respostas que lhe correspondem não lhe serão atribuídas.

1. [2 val] Converta para base 2 o número 327_{10} . Utilize o resultado obtido para converter o número para base 16. Justifique.

$$\begin{array}{r}
 327 \left| \begin{array}{l} 2 \\ 1 \ 163 \left| \begin{array}{l} 2 \\ 1 \ 81 \left| \begin{array}{l} 2 \\ 1 \ 40 \left| \begin{array}{l} 2 \\ 0 \ 20 \left| \begin{array}{l} 2 \\ 0 \ 10 \left| \begin{array}{l} 2 \\ 0 \ 5 \left| \begin{array}{l} 2 \\ 1 \ 2 \left| \begin{array}{l} 2 \\ 0 \ 1 \left| \begin{array}{l} 2 \\ 1 \ 0 \end{array} \right. \\
 \\
 \hline
 0001 \ 0100 \ 0111_2 \\
 \hline
 1 \quad 4 \quad 7_{16}
 \end{array}$$

$$327_{10} = 1 \ 0100 \ 0111_2 = 147_{16}$$

Aluno _____	Nº
-------------	----

A não identificação desta folha implica que as respostas que lhe correspondem não lhe serão atribuídas.

2. [2 val] Considere a função lógica $f(A, B, C, D) = \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}CD + ABC + BC\bar{D}$.

- a) Escreva a função na forma canónica disjuntiva (soma de produtos). Justifique
- b) Escreva a tabela de verdade da função.

$$\begin{aligned}
 f(A, B, C, D) &= \bar{A}\bar{B}C(D + \bar{D}) + \bar{A}(B + \bar{B})CD + ABC(D + \bar{D}) + (A + \bar{A})BC\bar{D} = \\
 &= \bar{A}\bar{B}C\bar{D} + \bar{A}\bar{B}CD + \bar{A}BC\bar{D} + \bar{A}BCD + ABC\bar{D} + ABCD + \bar{A}BC\bar{D} + \bar{A}BC\bar{D} = \\
 &= \bar{A}\bar{B}C\bar{D} + \bar{A}\bar{B}CD + \bar{A}BC\bar{D} + ABCD + ABC\bar{D} + \bar{A}BC\bar{D}
 \end{aligned}$$

A	B	C	D	f(A,B,C,D)
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

Aluno _____	Nº _____
-------------	----------

A não identificação desta folha implica que as respostas que lhe correspondem não lhe serão atribuídas.

3. [2 val] Considere a função apresentada na seguinte tabela de verdade, a qual é incompletamente especificada.

- a) Apresente o Mapa de Karnaugh para esta função
- b) Obtenha a expressão mínima na forma conjuntiva (produto de somas). Identifique a expressão algébrica dos implicados primos essenciais. Justifique.

A	B	C	D	f(A,B,C,D)
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	1	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	0

CD		00	01	11	10
	AB	00	01	11	10
		X	X	1	1
		X	0	0	X
		X	0	0	1
		1	0	1	0

Implicados primos essenciais	Maxtermo que torna o implicado essencial
$(\bar{A} + B + \bar{C} + D)$	$(\bar{A} + B + \bar{C} + D)$
$(C + \bar{D})$	$(\bar{A} + B + C + \bar{D})$
$(\bar{B} + \bar{D})$	$(\bar{A} + \bar{B} + \bar{C} + \bar{D})$

$$f(A, B, C, D) = (C + \bar{D})(\bar{B} + \bar{D})(\bar{A} + B + \bar{C} + D)$$

Aluno _____	Nº _____
-------------	----------

A não identificação desta folha implica que as respostas que lhe correspondem não lhe serão atribuídas.

4. [3 val] Considere a função $f(A,B,C,D) = (\bar{A} + \bar{B})(\bar{C} + \bar{D})$.

- Converta a expressão de forma a implementá-la só com portas NAND e NOT.
- Converta a expressão de forma a implementá-la só com portas NOR e NOT.
- Indique qual a solução mais vantajosa (NAND+NOT ou NOR+NOT). Justifique.

NAND+NOT:

$$f(A, B, C, D) = (\bar{A} + \bar{B})(\bar{C} + \bar{D}) = \overline{\overline{(\bar{A} + \bar{B})} \cdot \overline{(\bar{C} + \bar{D})}} = \overline{A \cdot B \cdot C \cdot D} = \overline{\overline{A \cdot B \cdot C \cdot D}}$$

A implementação com portas NAND e NOT requer 3 portas NAND2 e 1 porta NOT

NOR+NOT:

$$f(A, B, C, D) = (\bar{A} + \bar{B})(\bar{C} + \bar{D}) = \overline{\overline{(\bar{A} + \bar{B})} \cdot \overline{(\bar{C} + \bar{D})}} = \overline{\overline{(\bar{A} + \bar{B})} + \overline{(\bar{C} + \bar{D})}}$$

A implementação com portas NOR e NOT requer 3 portas NOR2 e 4 portas NOT

A solução mais vantajosa é a implementação com portas NAND+NOT já que requer menos 3 portas NOT.

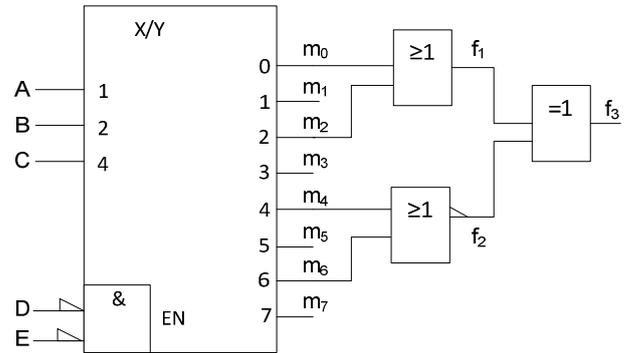
Aluno _____	Nº _____
-------------	----------

A não identificação desta folha implica que as respostas que lhe correspondem não lhe serão atribuídas.

5. [1,5 val] Considere o circuito da figura. Preencha a tabela abaixo, com os valores lógicos da saída Y para as combinações de entrada indicadas. Justifique.

Nota: observe com atenção a saída das portas lógicas que determinam as funções f1 e f2.

A	B	C	D	E	f ₁	f ₂	f ₃
0	0	1	1	1	0	1	1
0	0	1	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0	1	1
0	1	1	0	0	0	0	0



Nos casos 1 e 3, o decodificador está inactivo ($D \neq 0$ ou $E \neq 0$), portanto $m_0=m_2=m_4=m_6=0$, $f_1= m_0+m_2=0$, $f_2= \text{nor}(m_4,m_6)=1$, e $f_3= f_1f_2=1$.

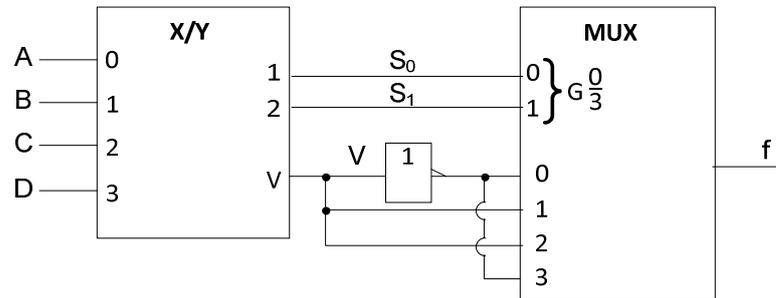
No caso 2, o decodificador está activo ($D=0$ e $E=0$) e está seleccionada a saída 4, portanto $m_0=m_2= m_6=0$ e $m_4=1$, $f_1= m_0+m_2=0$, $f_2= \text{nor}(m_4,m_6)=0$, e $f_3= f_1f_2=0$.

No caso 4, o decodificador está activo ($D=0$ e $E=0$) e está seleccionada a saída 6, portanto $m_0=m_2= m_4=0$ e $m_6=1$, $f_1= m_0+m_2=0$, $f_2= \text{nor}(m_4,m_6)=0$, e $f_3= f_1f_2=0$.

Aluno _____	Nº _____
-------------	----------

A não identificação desta folha implica que as respostas que lhe correspondem não lhe serão atribuídas.

6. [1,5 val] Considere o circuito da figura composto por um codificador de prioridade (a entrada 3 é a de maior prioridade) e um multiplexer. Apresente a tabela de verdade das funções $S_0(A,B,C,D)$, $S_1(A,B,C,D)$, $V(A,B,C,D)$ e $f(A,B,C,D)$. Justifique.



O circuito da esquerda é um codificador de prioridade cuja entrada de maior peso é a D. Assim:

- quando $D=1$, $(S_1, S_0)=(1,1)$ e $V=1$; o multiplexer coloca na saída a entrada 3 $\rightarrow f=\bar{V}=0$.
- quando $D=0, C=1$, $(S_1, S_0)=(1,0)$ e $V=1$; o multiplexer coloca na saída a entrada 2 $\rightarrow f=V=1$.
- quando $D=C=0, B=1$, $(S_1, S_0)=(0,1)$ e $V=1$; o multiplexer coloca na saída a entrada 1 $\rightarrow f=V=1$.
- quando $D=C=B=0, A=0$, $(S_1, S_0)=(0,0)$ e $V=1$; o multiplexer coloca na saída a entrada 0 $\rightarrow f=\bar{V}=0$.
- Quando $D=C=B=A=0$, $(S_1, S_0)=(0,0)$ e $V=0$; o multiplexer coloca na saída a entrada 0 $\rightarrow f=V=0$.

A	B	C	D	S_1	S_0	V	F
X	X	X	1	1	1	1	0
X	X	1	0	1	0	1	1
X	1	0	0	0	1	1	1
1	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	1

Nota adicional à pergunta: Este circuito realiza uma função booleana muito simples. Como exercício adicional poderia-se pedir o cálculo da expressão mínima para a função, resultando em $f=\bar{D}(\bar{A} + B + C)$.

Aluno _____	Nº _____
-------------	----------

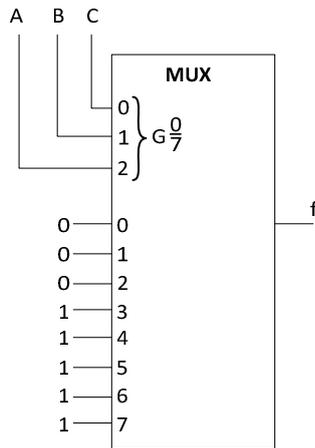
A não identificação desta folha implica que as respostas que lhe correspondem não lhe serão atribuídas.

7. [3 val] Considere a função lógica $f(A, B, C) = (A + B + C)(A + B + \bar{C})(A + \bar{B} + C)$.

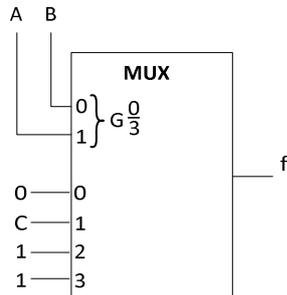
- a) Implemente a função lógica utilizando um multiplexer com 3 entradas de selecção.
- b) Implemente a função lógica utilizando um multiplexer com 2 entradas de selecção.

Justifique.

A	B	C	$f(A,B,C,D)$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1



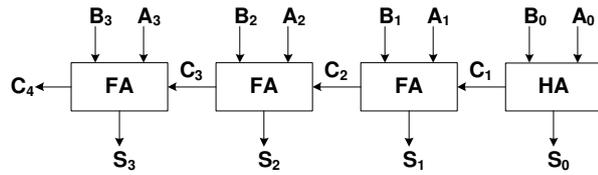
A	B	C	$f(A,B,C,D)$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1



Aluno _____	Nº _____
-------------	----------

A não identificação desta folha implica que as respostas que lhe correspondem não lhe serão atribuídas.

8. [3 val] Considere o circuito da figura, constituído pela ligação de um componente semi-somador (HA-“half-adder”) e de 3 componentes somador-completo (FA-“full-adder”).



Explique sucintamente o funcionamento do circuito.

Preencha a tabela abaixo, com os valores lógicos dos sinais S_{3-0} e C_{4-1} , para as combinações de entrada indicadas. Justifique.

B ₃	B ₂	B ₁	B ₀	A ₃	A ₂	A ₁	A ₀	S ₃	S ₂	S ₁	S ₀	C ₄	C ₃	C ₂	C ₁
0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1
1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0
0	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0

O circuito Half-Adder realiza a soma entre os bits A_0 e B_0 , produzindo um resultado de soma, $S_0 = A_0 \oplus B_0$, e um carry $C_1 = A_0 B_0$. Cada um dos Full-Adder seguintes somam os bits i dos sinais A e B e ainda com o carry C_i . Cada um destes full adders produz o resultado da soma $S_i = A_i \oplus B_i \oplus C_i$ e ainda um carry para o bit seguinte $C_{i+1} = A_i B_i + (A_i \oplus B_i) C_i$. O circuito completo realiza assim a soma de dois números binários de 4 bits, representados sem sinal ou em complemento para dois.

Nota adicional à pergunta: O cálculo do excesso (*overflow*) depende da representação. Em números sem sinal existe *overflow* desde que o *carry-out* (C_4) seja 1. Em números representados em complemento para dois, o *overflow* é calculado através da expressão booleana $V = C_3 \oplus C_4$.

$$\begin{array}{r}
 0011 \leftarrow A \\
 + 0111 \leftarrow B \\
 \hline
 1010 \leftarrow S \\
 \hline
 0111 \leftarrow C
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 0100 \leftarrow A \\
 + 1110 \leftarrow B \\
 \hline
 0010 \leftarrow S \\
 \hline
 1100 \leftarrow C
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1001 \leftarrow A \\
 + 0110 \leftarrow B \\
 \hline
 1111 \leftarrow S \\
 \hline
 0000 \leftarrow C
 \end{array}$$

Aluno _____	Nº _____
-------------	----------

A não identificação desta folha implica que as respostas que lhe correspondem não lhe serão atribuídas.

9. [2 val] Considere o seguinte circuito. Indique qual o valor das entradas A,B,C,D,E,F,G,J e K de forma a calcular o resultado da operação 3-5. Indique o valor das saídas X_3, X_2, X_1, X_0, Y . Justifique.

$3_{10} = 0011_2$

$5_{10} = 0101_2$

Solução A:

$3 - 5 = (+3) - (+5)$

$(D, C, B, A) = 0011$

$(J, G, F, E) = (\bar{0}, \bar{1}, \bar{0}, \bar{1}) = 1010$

$K = Cin = 1$

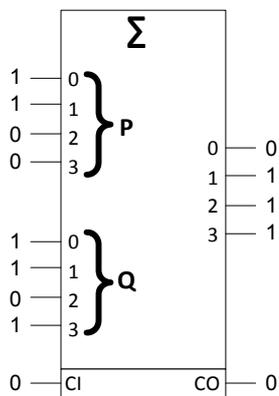
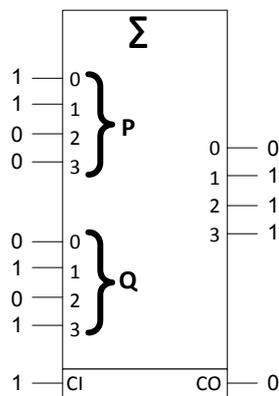
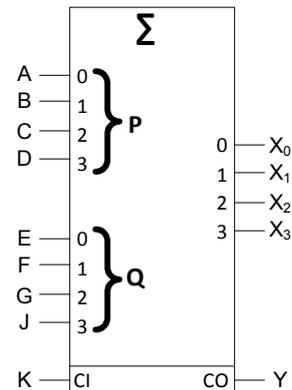
Solução B:

$3 - 5 = (+3) + (-5)$

$(D, C, B, A) = 0011$

$(J, G, F, E) = 1010 + 0001 = 1011$

$K = Cin = 0$



$$\begin{array}{r}
 0011 \leftarrow A \\
 + 1010 \leftarrow B \\
 \hline
 1110 \leftarrow S \\
 \hline
 00111 \leftarrow C
 \end{array}$$

$(X_3, X_2, X_1, X_0) = 1110$
 $Y = Cout = 0$

$$\begin{array}{r}
 0011 \leftarrow A \\
 + 1011 \leftarrow B \\
 \hline
 1110 \leftarrow S \\
 \hline
 00110 \leftarrow C
 \end{array}$$

$(X_3, X_2, X_1, X_0) = 1110$
 $Y = Cout = 0$