

- b) Minimize a expressão de $f(D,C,B,A)$ utilizando o método de minimização de Karnaugh. Sugestão: comece por determinar a tabela de verdade, considerando que A representa o bit menos significativo.
Nota: considere a função alternativa $f'(D,C,B,A) = m_8+m_{10}+m_{11}+m_{14}+m_{15}$ caso não tenha respondido à pergunta anterior.[1,0val.]

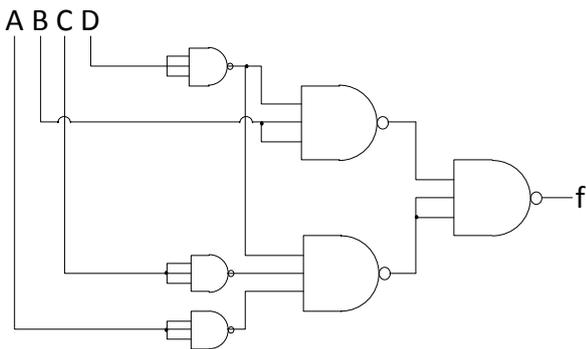
DC \ BA	00	01	11	10
00	1	0	1	1
01	0	0	1	1
11	0	0	0	0
10	0	0	0	0

$$f = \bar{D}B + D\bar{C}\bar{A}$$

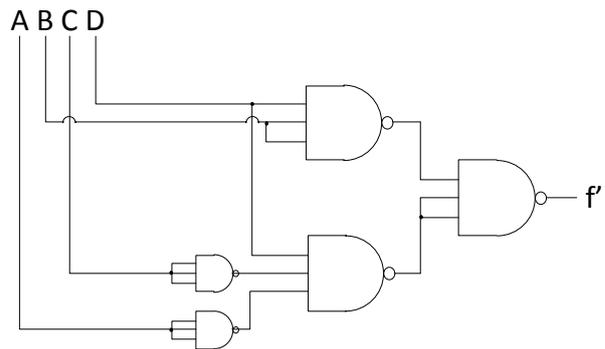
DC \ BA	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0	0	0
11	0	0	1	1
10	1	0	1	1

$$f' = DB + D\bar{C}\bar{A}$$

- c) Desenhe o logograma do circuito que implementa a expressão mínima utilizando apenas portas NAND de 3 entradas.[1,0val.]

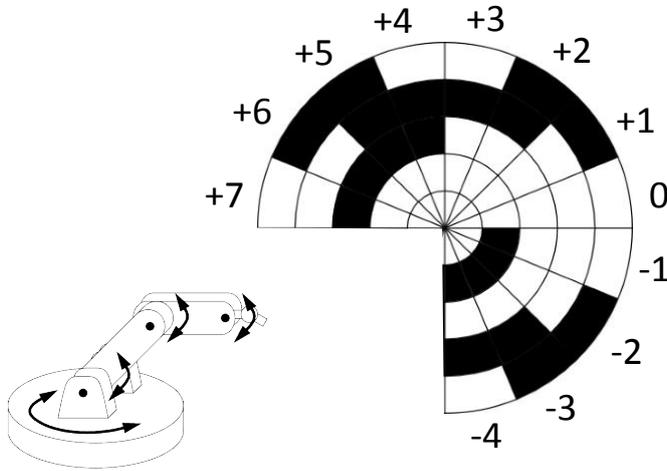


$$f = \bar{D}B + D\bar{C}\bar{A} = \overline{\overline{\bar{D}B} \cdot \overline{D\bar{C}\bar{A}}}$$



$$f' = DB + D\bar{C}\bar{A} = \overline{\overline{DB} \cdot \overline{D\bar{C}\bar{A}}}$$

2. Para controlar o ângulo de rotação de um braço robot, o seu eixo de rotação foi acoplado com um disco codificador baseado no código de Gray. O robot descreve movimentos ao longo de uma amplitude angular de $3\pi/2$, compreendido entre $-\pi/2$ (codificado com o valor -4) e $+\pi$ (codificado com o valor +7).



G3	G2	G1	G0	D3	D2	D1	D0	Valor
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	1	+1
0	0	1	0	0	0	1	1	+3
0	0	1	1	0	0	1	0	+2
0	1	0	0	0	1	1	1	+7
0	1	0	1	0	1	1	0	+6
0	1	1	0	0	1	0	0	+4
0	1	1	1	0	1	0	1	+5
1	0	0	0	1	1	1	1	-1
1	0	0	1	1	1	1	0	-2
1	0	1	0	1	1	0	0	-4
1	0	1	1	1	1	0	1	-3
1	1	0	0	Zona não permitida				
1	1	0	1					
1	1	1	0					
1	1	1	1					

Pretende-se implementar um circuito combinatório que descodifique o valor binário de 4-bits obtido do codificador, de modo a obter o correspondente número em código binário natural.

Para o efeito, preencheu-se a tabelade verdade apresentada, que representa o mapeamento entre cada códigoGray (G3,G2,G1,G0) e o correspondente código binário natural (D3,D2,D1,D0).

- a) Por inspeção visual da tabela de verdade, indique a função Booleana que permite gerar o sinal ERRO(G3,G2,G1,G0), que assinala a passagem do braço para uma zona do espaço (ângulo) não permitida. Justifique, explicando detalhadamente o seu raciocínio.[1,0val.]

G3	G2	G1	G0	Erro
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

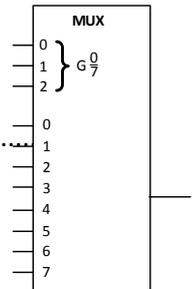
$$ERRO = G3 \cdot G2$$

Aluno:	Nº
--------	----

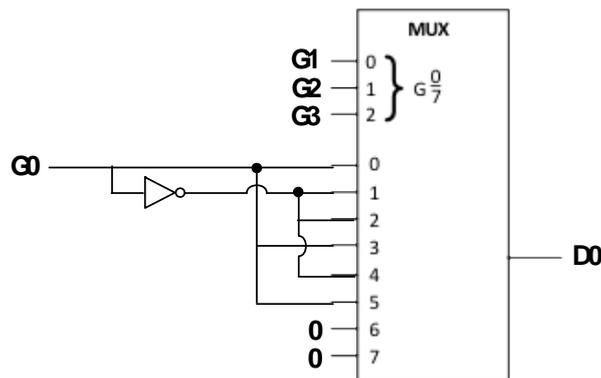
- b) Indique a função Booleana na forma canónica conjuntiva (produto de somas) correspondente ao sinal $D2(G3,G2,G1,G0)$. Assuma que esta função assume o valor lógico um na zona angular não permitida (i.e., na zona em que $ERRO=1$). [1,5val.]

$$D2 = (G3 + G2 + G1 + G0)(G3 + G2 + G1 + \overline{G0})(G3 + G2 + \overline{G1} + G0)(G3 + G2 + \overline{G1} + \overline{G0})$$

- c) Implemente o circuito que permite gerar o sinal $D0(G3,G2,G1,G0)$ utilizando exclusivamente portas NOT e um único multiplexador 8:1, semelhante ao ilustrado na figura. Assuma que esta função assume o valor lógico zero na zona angular não permitida (i.e., na zona em que $ERRO=1$).



G3	G2	G1	G0	D0	
0	0	0	0	0	} $G0$
0	0	0	1	1	
0	0	1	0	1	} $\overline{G0}$
0	0	1	1	0	
0	1	0	0	1	} $\overline{G0}$
0	1	0	1	0	
0	1	1	0	0	} $G0$
0	1	1	1	1	
1	0	0	0	1	} $\overline{G0}$
1	0	0	1	0	
1	0	1	0	0	} $G0$
1	0	1	1	1	
1	1	0	0	0	} 0
1	1	0	1	0	
1	1	1	0	0	} 0
1	1	1	1	0	



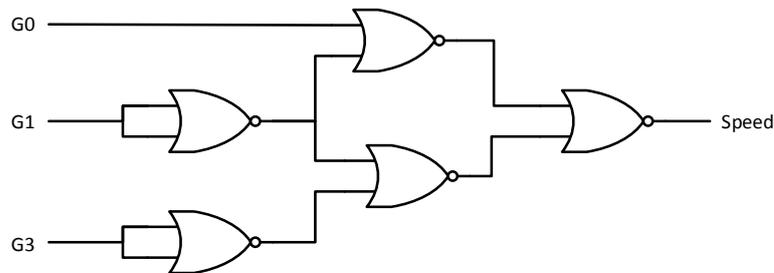
d) Apesar de o braço poder deslocar-se no espaço angular acima descrito, existem algumas restrições que o obrigam a deslocar-se mais devagar nalguns troços, nomeadamente, nos troços correspondentes aos sectores com valores {-3, -4, +3, +4}. Desenhe o logigrama do circuito que gera o sinal Speed(G3,G2,G1,G0) que representa (com o valor lógico 0) a redução da velocidade do motor. Este sinal deve ser gerado a partir dos bits obtidos à saída do codificador de Gray, em que G0 representa o bit menos significativo. Apresente o mapa de Karnaugh utilizado na minimização e utilize exclusivamente portas lógicas NOR de 2 entradas. Assuma que este sinal pode tomar qualquer valor quando os bits (G3,G2,G1,G0) tomam valores fora do espaço angular permitido (i.e., na zona em que ERRO=1). [1,5val.]

G3	G2	G1	G0	Speed
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	X
1	1	0	1	X
1	1	1	0	X
1	1	1	1	X

G1G0	00	01	11	10
G3G2				
00	1	1	1	0
01	1	1	1	0
11	X	X	X	X
10	1	1	0	0

$$Speed = (\overline{G1} + G0) \cdot (\overline{G3} + \overline{G1})$$

$$= \overline{\overline{(\overline{G1} + G0)} \cdot \overline{(\overline{G3} + \overline{G1})}} = \overline{\overline{(\overline{G1} + G0)} + \overline{(\overline{G3} + \overline{G1})}}$$



e) Indique o valor do sinal Speed (G3, G2, G1, G0) quando, inadvertidamente, a entrada (G3,G2,G1,G0) apresenta o valor (1,1,1,1). Justifique. [0,5 val.]

Speed(1,1,1,1)=0

f) Indique a vantagem da utilização do código de Gray na codificação do ângulo descrito pelo braço robot. Justifique. [0,5 val.]

Resposta: Ao longo do deslocamento, apenas um único bit varia entre códigos adjacentes, evitando assim o aparecimento de codificações espúrias, resultantes de assíncronia na avaliação dos 4 bits (G3,G2,G1,G0).

Aluno:	Nº
--------	----



(Página deixada intencionalmente em branco.)

Aluno:

Nº

3. O termómetro instalado no exterior de um edifício integra um sensor digital, em que o valor da temperatura medido é disponibilizado na notação de números inteiros em complemento para 2.

a) Atendendo a que o termómetro terá de suportar temperaturas extremas entre -20°C e $+45^{\circ}\text{C}$, indique o número mínimo de bits (n) necessários para representar a temperatura medida. Justifique, indicando o maior número positivo e o menor número negativo representáveis com n -bits.....[1,5val.]

$$+45 = 0101101$$

$$-20 = 1101100 \Rightarrow \text{N}^{\circ} \text{ Bits} = 7 \text{ bits}$$

$$\text{Máx. positivo} = +63 = 0111111$$

$$\text{Min. Negativo} = -64 = 1000000$$

b) Devido a um erro na encomenda do termómetro, foi adquirido um sensor de um lote diferente do desejado, com a identificação $L=147_8$, que realiza a medida na escala de *Fahrenheit* (F) em vez de utilizar a escala de *Celsius* (C).

- Indique o valor do número do lote (L) na base 10.....[1,0val.]
- Represente o número $M = -L$ na base 2, em notação de complemento para 2 com 10 bits.....[0,5 val.]

$$L = 147_8 = 001100111_2 = 2^6 + 2^5 + 2^2 + 2^1 + 2^0 = 64 + 32 + 4 + 2 + 1 = 103$$

$$M = 1110011001$$

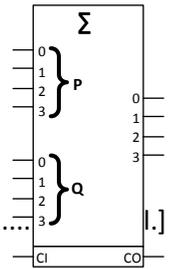
Aluno:

N^o

Pág. 7

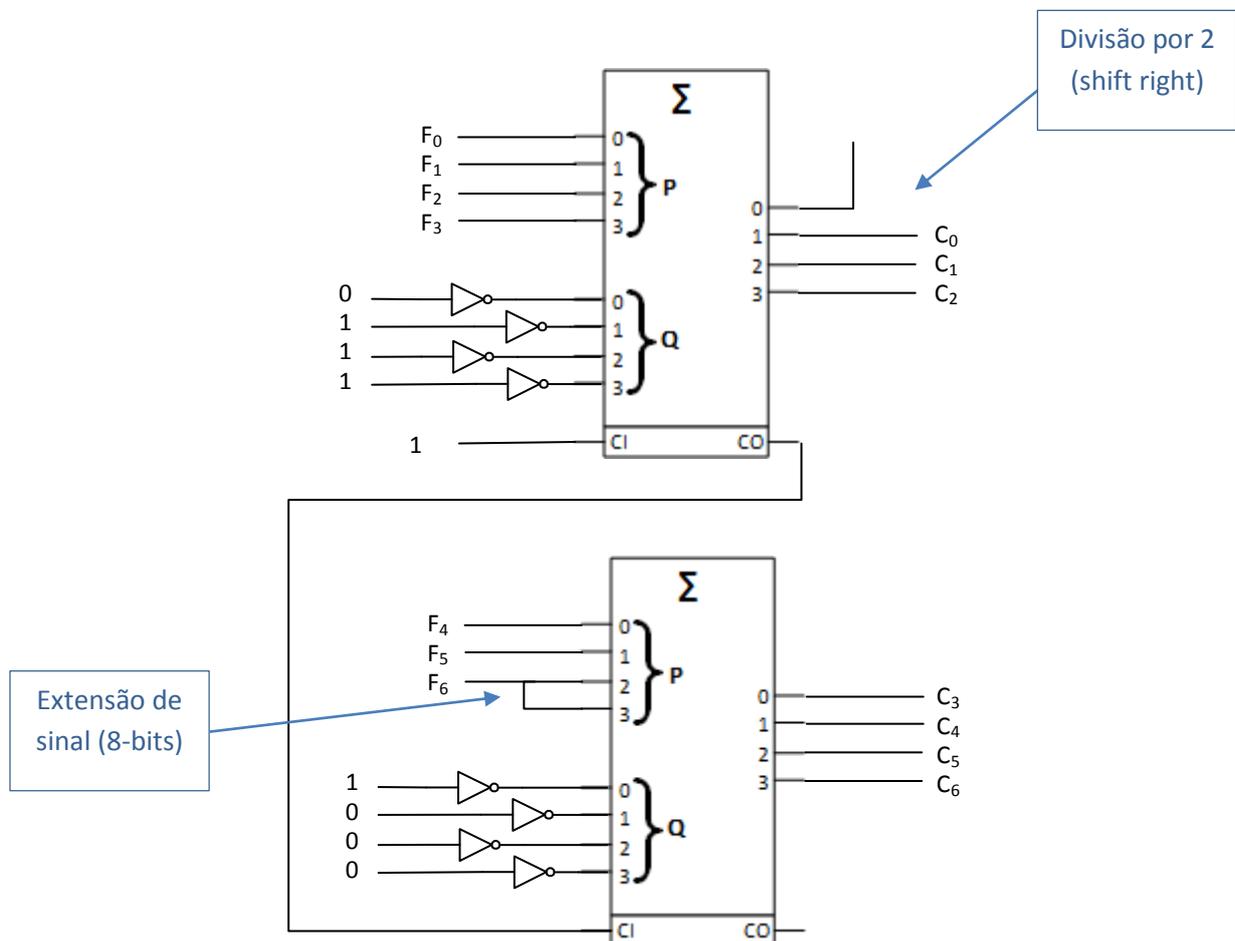
- c) Implemente um circuito que permita fazer a conversão entre a escala de *Fahrenheit*(F) e a escala de *Celsius* (C), utilizando a seguinte fórmula de correção aproximada do valor da temperatura medida: $C = (F - 30) / 2$, em que as constantes 30 e 2 são fixas (isto é, não são entradas do circuito). Para a realização deste circuito deverá utilizar somadores de 4-bits (ver figura), para além de outra lógica adicional que julgue necessária.

Nota: caso não tenha realizado a alínea a), considere n=6 bits



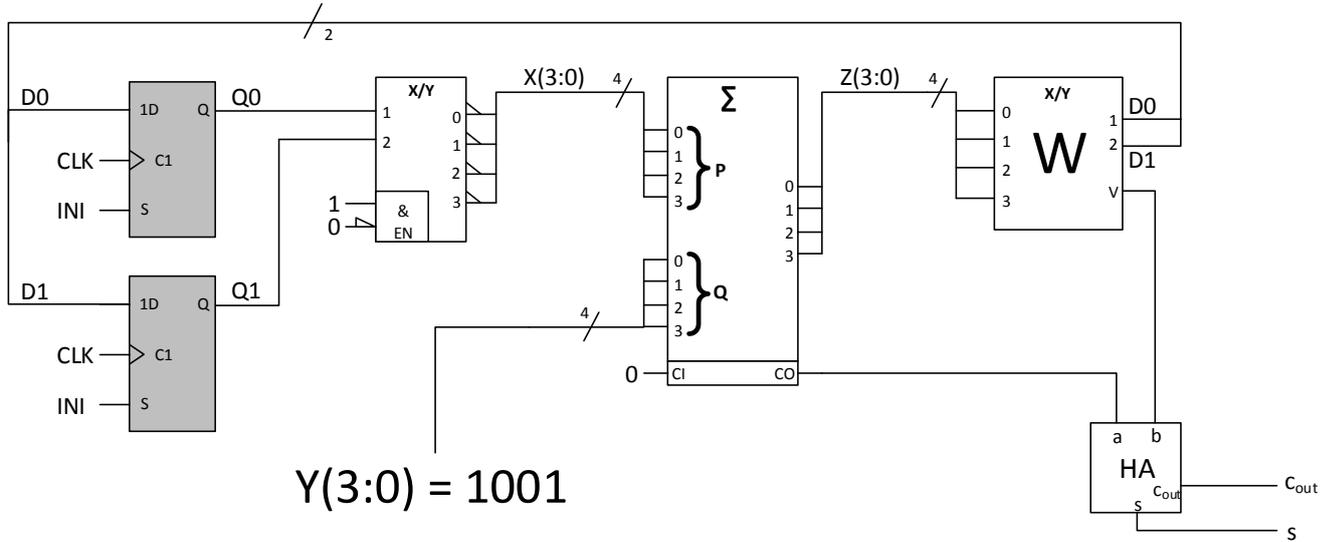
$$+30 = 11110_2$$

$$= 0001\ 1110 \text{ (8 bits)}$$



Aluno:	Nº
--------	----

4. Considere o circuito sequencial da figura abaixo com entradas CLK, INI e Y(3:0) e saídas S e C_{out}.

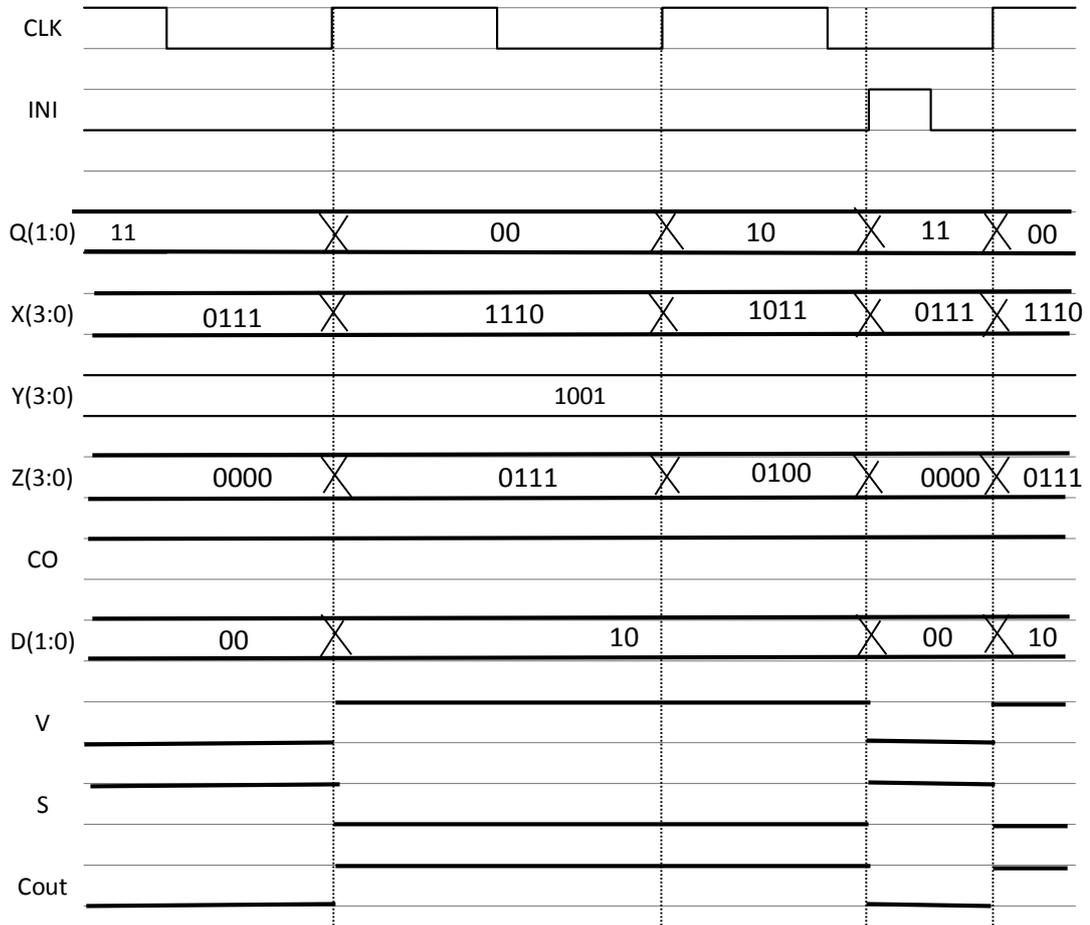


a) Represente, através de uma tabela de verdade, a operação realizada pelo componente assinalado com a letra W, contemplando a variação de todas as saídas (D1,D0,V) em função das suas entradas (Z3,Z2,Z1,Z0). Assuma que Z0 e D0 representam os bits menos significativos..... [1,0 val.]

Z3	Z2	Z1	Z0	D1	D0	V
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	1
0	0	1	X	0	1	1
0	1	X	X	1	0	1
1	X	X	X	1	1	1

Aluno:	Nº
--------	----

- b) Considerado que $Y=1001_{(2)}$, e desprezando os tempos de propagação das portas lógicas, complete o diagrama temporal apresentado em baixo.[2,0val.]



- c) Considerando os tempos de propagação indicados na tabela ao lado, indique qual o caminho crítico que conduz ao mínimo período de relógio. Justifique.
Indique ainda o valor da frequência máxima de relógio. Justifique..... [1,5val.]

Componente	t_p [ps]	t_{su} [ps]
Flip-Flop	20	10
Descodificador 2:4	40	-
Adder4 $tp(in \rightarrow s)$	70	-
Adder4 $tp(in \rightarrow Co)$	80	-
Codificador 4:2 $tp(in \rightarrow out)$	30	-
Codificador 4:2 $tp(in \rightarrow V)$	35	-
Half-Adder $tp(in \rightarrow S)$	10	-
Half-Adder $tp(in \rightarrow Cout)$	8	-

Caminho crítico: entre a saída de qualquer um dos FFs até à entrada de qq um dos FFs

$$T_{min} = t_p(FF) + t_p(desc) + t_p(adder\ in \rightarrow s) + t_p(codif\ in \rightarrow out) + t_{su}(FF)$$

$$= 20 + 40 + 70 + 30 + 10 = 170\ ps$$

$$F_{max} = 1/T_{min} = 10^{12} / 170\ Hz = 1000/170\ GHz$$