

Antes de iniciar o teste, tenha em atenção o seguinte:

- i. Duração do teste: 1h30m.
- ii. O teste contempla 4 perguntas, distribuídas em 10 páginas.
- iii. Existem 4 variações distintas do teste: A, B, C e D.
- iv. O teste é sem consulta. Sobre a secretária apenas deve encontrar-se a sua identificação (cartão de estudante). **NÃO PODE UTILIZAR CALCULADORA.**
- v. Identifique todas as folhas do enunciado. Folhas não identificadas não serão cotadas!
- vi. Resolva o teste no próprio enunciado. Para cada questão é fornecido um espaço próprio, dentro do qual deverá responder. A sua dimensão está ajustada ao tamanho expectável da resposta.
- vii. Excepcionalmente, e caso realmente necessite, pode usar o espaço extra disponível das páginas em branco, colocadas ao longo do teste. Nesse caso, deve indicar junto ao enunciado da pergunta, que a resposta à mesma se encontra na página que utilizou.
- viii. Justifique adequadamente todas as respostas.
- ix. Responda ao teste com calma. Se não sabe responder a uma pergunta, passe à seguinte e volte a ela no fim.

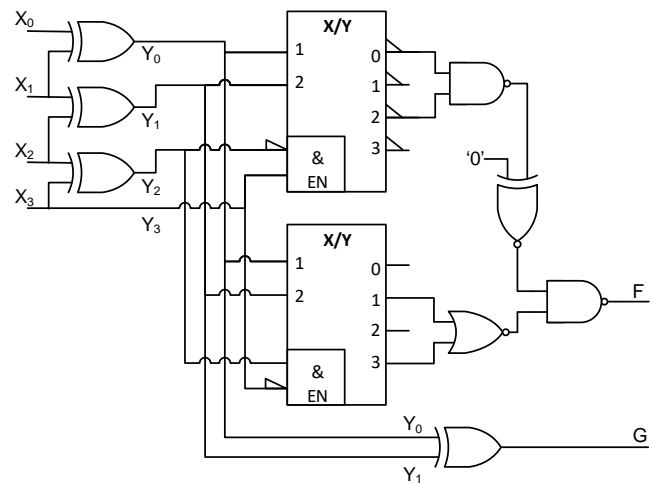
1. Considere o seguinte circuito lógico:

a) Obtenha, através da inspeção do circuito, a tabela de verdade das funções Booleanas  $F(X_3, X_2, X_1, X_0)$  e  $G(X_2, X_1, X_0)$ . Assuma que a variável  $X_0$  representa o bit menos significativo..... [1,5 val.]

Sugestão: represente também na tabela de verdade as variáveis  $Y_3, Y_2, Y_1, Y_0$ .

$$D_1(Y_1, Y_0) = \overline{M_0 M_2} = M_0 M_2; \quad D_2(Y_1, Y_0) = \overline{m_1 + m_3} = M_1 M_3$$

$$F = \overline{D_1 D_2}$$



				$X_3$	$X_3 \oplus X_2$	$X_2 \oplus X_1$	$X_1 \oplus X_0$						$\overline{D_1 D_2}$	$Y_1 \oplus Y_0$	
$X_3$	$X_2$	$X_1$	$X_0$	$Y_3$	$Y_2$	$Y_1$	$Y_0$	$D_1$	DEC1	$D_2$	DEC2		F	G	
0	0	0	0	0	0	0	0	1		1	EN=0		0	0	
0	0	0	1	0	0	0	1	1		1				0	1
0	0	1	0	0	0	1	1	1		1				0	0
0	0	1	1	0	0	1	0	1		1				0	1
0	1	0	0	0	1	1	0	1	EN=0	1	$m_2$	EN=1	0	1	
0	1	0	1	0	1	1	1	1		0	$m_3$			1	0
0	1	1	0	0	1	0	1	1		0	$m_1$			1	1
0	1	1	1	0	1	0	0	1		1	$m_0$			0	0
1	0	0	0	1	1	0	0	1		1	EN=0		0	0	
1	0	0	1	1	1	0	1	1		1				0	1
1	0	1	0	1	1	1	1	1		1				0	0
1	0	1	1	1	1	1	0	1		1				0	1
1	1	0	0	1	0	1	0	0	EN=1	1		1	1		
1	1	0	1	1	0	1	1	1		$M_2$		1		0	0
1	1	1	0	1	0	0	1	1		$M_3$		1		0	1
1	1	1	1	1	0	0	0	0		$M_1$		1		0	1
1	1	1	1	1	0	0	0	0	$M_0$	1		1	0		

Aluno: \_\_\_\_\_ Nº \_\_\_\_\_

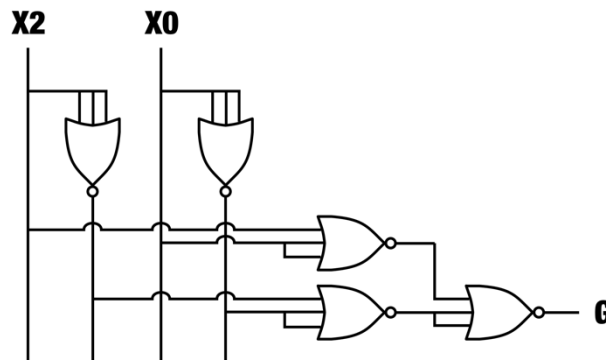
b) Apresente a expressão de  $G(X_2, X_1, X_0)$  na forma mínima conjuntiva (produto de somas) e implemente-a utilizando portas NOR de 3 entradas. Apresente o logigrama do circuito projetado..... [1,0 val.]

X2	X1	X0	Y1	Y0	G
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	1
0	1	0	1	1	0
0	1	1	1	0	1
1	0	0	1	0	1
1	0	1	1	1	0
1	1	0	0	1	1
1	1	1	0	0	0

X <sub>2</sub> \ X <sub>1</sub> X <sub>0</sub>	00	01	11	10
0	0	1	1	0
1	1	0	0	1

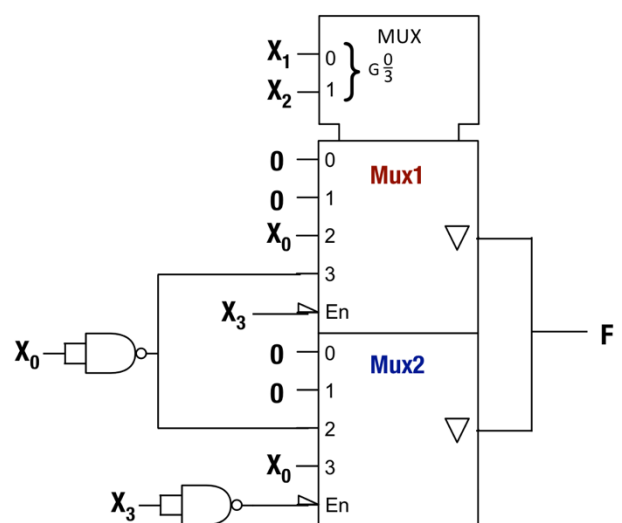
$$G = (X_2 + X_0)(\overline{X_2} + \overline{X_0})$$

$$G = \overline{(X_2 + X_0)(\overline{X_2} + \overline{X_0})} = \overline{X_2} + \overline{X_0} + \overline{\overline{X_2} + \overline{X_0}}$$



c) Projete um circuito que permite implementar a função  $F(X_3, X_2, X_1, X_0)$  utilizando obrigatoriamente o componente apresentado na figura em baixo. Para além deste componente, poderá utilizar somente portas **NAND** de 2 entradas..... [1,5 val.]

	EN	Sel				Entradas	
	X <sub>3</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>1</sub>	X <sub>0</sub>		F	
Multiplexer 1	0	0	0	0	0	0	
	0	0	0	1	0	0	
	0	0	1	0	0	0	
	0	0	1	1	0	0	
Multiplexer 2	0	1	0	0	0	$X_0$	
	0	1	0	1	1	$X_0$	
	0	1	1	0	1	$\overline{X_0}$	
	0	1	1	1	0	$\overline{X_0}$	
	1	0	0	0	0	0	
	1	0	0	1	0	0	
	1	0	1	0	0	0	
	1	0	1	1	0	0	
1	1	0	0	1	$\overline{X_0}$		
1	1	0	1	0	$\overline{X_0}$		
1	1	1	0	0	$X_0$		
1	1	1	1	1	$X_0$		



2. De modo a reforçar o mecanismo de prevenção de incêndios, foi implementado um sistema de alertas baseado numa divisão administrativa de Portugal em 7 regiões, conforme ilustrado no mapa e definido nos quadros seguintes. A cada distrito foi atribuído um código único.



CÓD. DISTRITO	REGIÃO	
1	Aveiro	Centro
2	Beja	Alentejo
3	Braga	Norte
4	Bragança	Norte
5	Castelo Branco	Centro
6	Coimbra	Centro
7	Évora	Alentejo
8	Faro	Algarve

CÓD. DISTRITO	REGIÃO	
9	Guarda	Centro
10	Leiria	Centro
11	Lisboa	Lisboa VT
12	Portalegre	Alentejo
13	Porto	Norte
14	Santarém	Lisboa VT
15	Setúbal	Lisboa VT
16	Viana do Castelo	Norte

CÓD. DISTRITO	REGIÃO	
17	Vila Real	Norte
18	Viseu	Centro
19	Angra do Heroísmo	Açores
20	Horta	Açores
21	Ponta Delgada	Açores
22	Funchal	Madeira

ESQUADRILHA	REGIÃO
Vidago (V)	Norte
	Centro
Lousã (L)	Centro
	Lisboa VT
Ponte de Sor (PS)	Lisboa VT
	Alentejo
	Algarve
Lages (LA)	Açores
Funchal (F)	Madeira

De modo a rentabilizar os meios aéreos, foi associado um conjunto de regiões a cada esquadrilha, em que cada região agrega um grupo de distritos com uma certa proximidade geográfica – ver quadro em cima. Para o efeito, pretende-se implementar um mecanismo de controlo que recebe um código de 5 bits (EDCBA) referente ao distrito onde foi detetado o incêndio e que sinaliza qual das esquadrilhas deve ser alertada.

- a) Apresente a tabela de verdade das funções Booleanas **V(EDCBA)**, **L(EDCBA)** e **PS(EDCBA)**, correspondentes às esquadrilhas sediadas no **Vidago**, **Lousã** e **Ponte de Sor**, respetivamente. Assuma que a variável A corresponde ao bit menos significativo e que o valor tomado por estas três funções fora da gama de representação utilizada no quadro de distritos é irrelevante..... [1,0 val.]

E	D	C	B	A	V	L	PS
0	0	0	0	0	X	X	X
0	0	0	0	1	1	1	0
0	0	0	1	0	0	0	1
0	0	0	1	1	1	0	0
0	0	1	0	0	1	0	0
0	0	1	0	1	1	1	0
0	0	1	1	0	1	1	0
0	0	1	1	1	0	0	1
0	1	0	0	0	0	0	1
0	1	0	0	1	1	1	0
0	1	0	1	0	1	1	0
0	1	0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	0	0	0	1
0	1	1	0	1	1	0	0
0	1	1	1	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	1	1
1	0	0	0	0	1	0	0
1	0	0	0	1	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1	0
1	0	0	1	1	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	0	0	0
1	0	1	1	0	0	0	0
1	0	1	1	1	X	X	X
1	1	0	0	0	X	X	X
1	1	0	0	1	X	X	X
1	1	0	1	0	X	X	X
1	1	0	1	1	X	X	X
1	1	1	0	0	X	X	X
1	1	1	0	1	X	X	X
1	1	1	1	0	X	X	X
1	1	1	1	1	X	X	X

- b) Considere agora a seguinte função Booleana, que define a criação de uma outra região de intervenção para uma nova esquadilha a criar no próximo Verão:

$$N(EDCBA) = \sum m(1,2,4,5,6,7,8,12,15,17,19) + \sum m_d(23,24,25,26,27,28,29,30,31)$$

Minimize a função **N(EDCBA)** utilizando o método de minimização de Karnaugh e apresente a sua expressão mínima disjuntiva (soma de produtos). ..... [2,0 val.]

E D	C B A							
	000	001	011	010	110	111	101	100
00	0	1	0	1	1	1	1	1
01	1	0	0	0	0	1	0	1
11	X	X	X	X	X	X	X	X
10	0	1	1	0	0	X	0	0

$$N(EDCBA) = E \bar{C} A + C B A + \bar{E} \bar{D} C + D \bar{B} \bar{A} + \bar{E} \bar{D} B \bar{A} + \bar{E} \bar{D} \bar{B} A$$

- c) Implemente a seguinte expressão utilizando exclusivamente portas lógicas NOT e NAND4.

$$K = D B + E \bar{C} B \bar{A} + C B \bar{A} + D \bar{C} A + \bar{E} \bar{D} \bar{B} A$$

Desenhe o logigrama..... [1,5 val.]

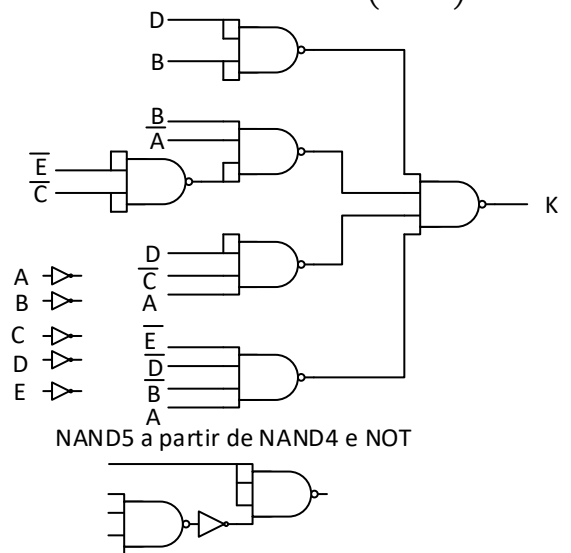
Note que:  $E \bar{C} B \bar{A} + C B \bar{A} = E \bar{C} B \bar{A} + (C B \bar{A} + E C B \bar{A}) = E B \bar{A} + C B \bar{A} = B \bar{A} \cdot (E + C) = B \bar{A} \cdot (\overline{E \bar{C}}) = B \bar{A} \cdot (\overline{E \bar{C}})$

$$K = \overline{(D B)} \cdot \overline{(B \bar{A} \cdot (\overline{E \bar{C}}))} \cdot \overline{(D \bar{C} A)} \cdot \overline{(\bar{E} \bar{D} \bar{B} A)}$$

A solução trivial também é aceitável, utilizando, por exemplo, a estrutura com portas NAND4 e NOT mostrada em baixo, para implementar a NAND5:

$$K = \overline{(D B)} \cdot \overline{(E \bar{C} B \bar{A})} \cdot \overline{(C B \bar{A})} \cdot \overline{(D \bar{C} A)} \cdot \overline{(\bar{E} \bar{D} \bar{B} A)}$$

$$= \overline{(D B)} \cdot \overline{(E \bar{C} B \bar{A})} \cdot \overline{(C B \bar{A})} \cdot \overline{(D \bar{C} A)} \cdot \overline{(\bar{E} \bar{D} \bar{B} A)}$$



- d) Devido a uma interferência com o sistema de alertas espanhol, foi recebido um alarme proveniente da Extremadura Espanhola com o código 25. Indique o valor da função N(EDCBA) para este código (anómalo). Justifique..... [0,5 val.]

Inicialmente indefinida, a função vai tomar o valor de 1, pois o mintermo 25 está agrupado no implicante  $E \bar{C} A$ .

Aluno:	Nº
--------	----

- e) De modo a contemplar situações extraordinárias, foi implementado um mecanismo de reforço ao combate no Continente utilizando os meios aéreos estacionados no arquipélago da Madeira. Este mecanismo estará disponível apenas quando não houver qualquer alarme (i.e., alarme=0) nos distritos dos **Açores** e da **Madeira**, permitindo nessa situação disponibilizar o avião habitualmente estacionado no Funchal (**DF**) para o deslocar para o Continente (para simplificar, assuma que o sistema memoriza os últimos códigos recebidos). Apresente a expressão mínima conjuntiva (produto de somas) da função Booleana **DF(EDCBA)**, ativa a **LOW**, sempre que o avião do Funchal pode ser transferido para o Continente. .... [1,0 val.]

	C	B	A					
E	0	0	0	0	0	0	0	0
D	0	0	0	0	0	0	0	0
	X	X	X	X	X	X	X	X
	0	0	1	0	1	X	1	1

$$DF(EDCBA) = E.(C+B).(C+A)$$

- f) Havendo disponibilidade dos meios aéreos estacionados no Funchal (função DF ativa), a deslocação deste avião para Portugal Continental deve ser despoletada sempre que mais do que um dos meios sediados em Vidago (V), Lousã (L) ou Ponte de Sor (PS) estejam em operação. Utilizando os sinais anteriormente definidos (V, L, PS e DF), indique a expressão Booleana do sinal que assinala esta medida de reforço **R(V,L,PS,DF)**. Assuma que o sinal pretendido (R) é função dos sinais V, L, PS e DF anteriormente definidos. Justifique. .... [0,5 val.]

$$R(V, L, PS, DF) = \text{not}(DF).(V.L + V.PS + L.PS)$$

Aluno:

Nº



(Página deixada intencionalmente em branco.)

Aluno:

Nº

A não identificação desta folha implica que as respostas que lhe correspondem não lhe serão atribuídas.

3. Um aviário pretende implementar um sistema de calibração automática dos ovos de galinha produzidos, de acordo com a tabela definida pelo organismo de certificação, representada ao lado. Para o efeito, todos os ovos produzidos passam (individualmente) por uma balança de precisão e são automaticamente embalados de acordo com a classe atribuída.

Classe	Peso (gramas)
XL (Gigante)	peso $\geq$ 69g
L (Grande)	$61g \leq$ peso $<$ 69g
M (Médio)	$53g \leq$ peso $<$ 61g
S (Pequeno)	peso $<$ 53g

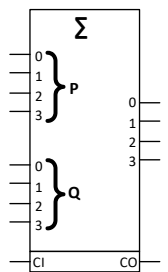
a) Atendendo aos valores apresentados na tabela anterior, verifica-se que o valor fronteira  $F=53$  tem especial relevância nesta classificação.

- Apresente este valor na base 2, em notação de complemento para 2 com 8 bits. ..... [1,0 val.]
- Represente o mesmo valor na base 8 e na base 16. .... [0,5 val.]

$$F = 53_{10} = 00110101_2 = 65_8 = 35_{16}$$

b) Implemente um circuito digital que classifica cada ovo com base no seu peso (P), utilizando uma representação binária em complemento para 2 com 8 bits. Para o efeito, comece por subtrair o valor fronteira (F) - referido na alínea anterior - ao peso (P) do ovo. Projete a lógica combinatória necessária de modo a gerar os sinais S, M, L e XL com base no resultado desta subtração. Sugestão: comece por verificar a amplitude das classes M e L (em gramas).

Para a realização deste circuito deverá utilizar somente dois somadores de 4-bits (ver figura), para além de outra lógica adicional que julgue necessária. .... [1,5 val.]



	P-F	
S	1XXX	XXXX
	1111	1111
M	0000	0000
	0000	0001
	0000	0111
L	0000	1000
	0000	1001
	0000	1111
XL	0001	0000
	0001	0001
		...

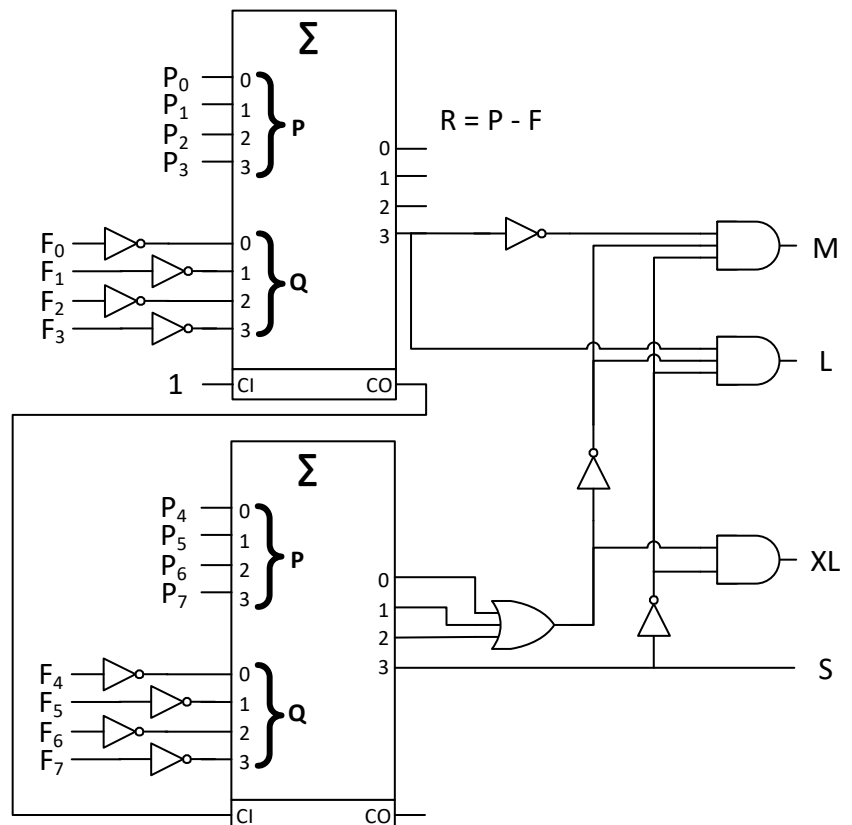
$$R = P - F$$

$$S = R_7$$

$$XL = \overline{R_7} \cdot (R_6 + R_5 + R_4)$$

$$L = \overline{R_7} \cdot (R_6 + R_5 + R_4) \cdot R_3$$

$$M = \overline{R_7} \cdot (R_6 + R_5 + R_4) \cdot \overline{R_3}$$

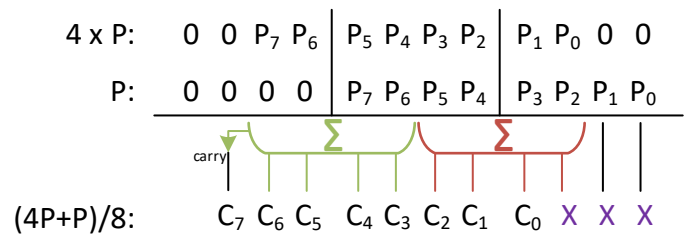
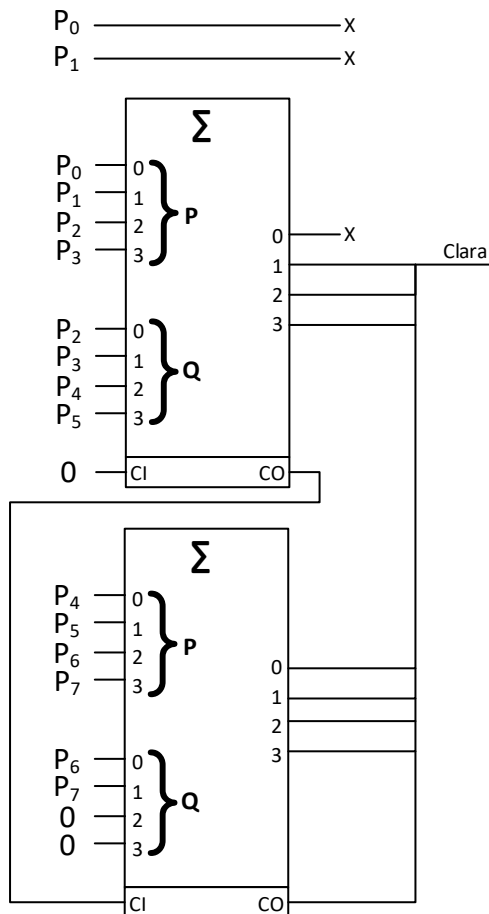


Aluno:	Nº
--------	----

c) A clara de ovo (separada da gema) representa um dos produtos comercializados por esta empresa, sendo vendida (sobretudo a pastelarias) em pacotes de 1 Kg. Para estimar a quantidade de clara existente em cada ovo, a empresa adota um modelo estatístico que assume que a clara representa cerca de **5/8** do peso total do ovo.

Implemente um circuito que, a partir do valor do peso (P) do ovo (em gramas), calcula o peso da respetiva clara (C). Escolha a ordem com que realiza as operações (multiplicação e divisão) de modo a garantir a melhor precisão possível e assuma uma representação binária em complemento para 2 com **8 bits**. Para a realização deste circuito deverá voltar a utilizar somadores de 4-bits iguais aos utilizados na alínea (b) deste exercício, para além de outra lógica adicional que julgue necessária. .... [2,0 val.]

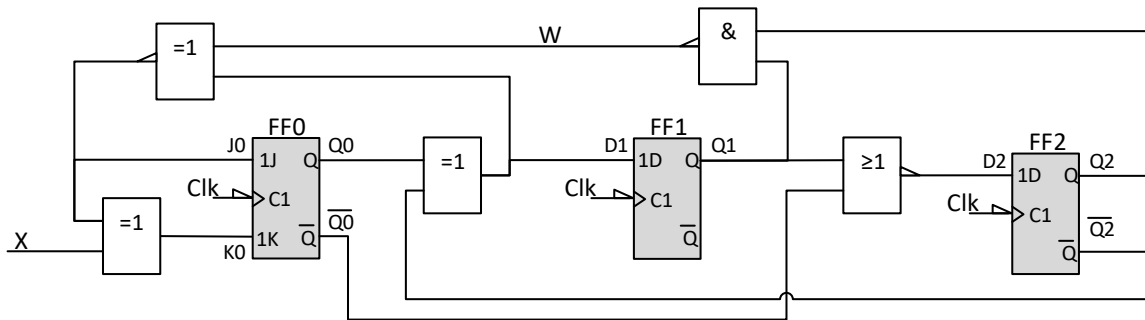
$$P \times \frac{5}{8} = P \times \frac{(4+1)}{8} = \frac{4P+P}{8}$$



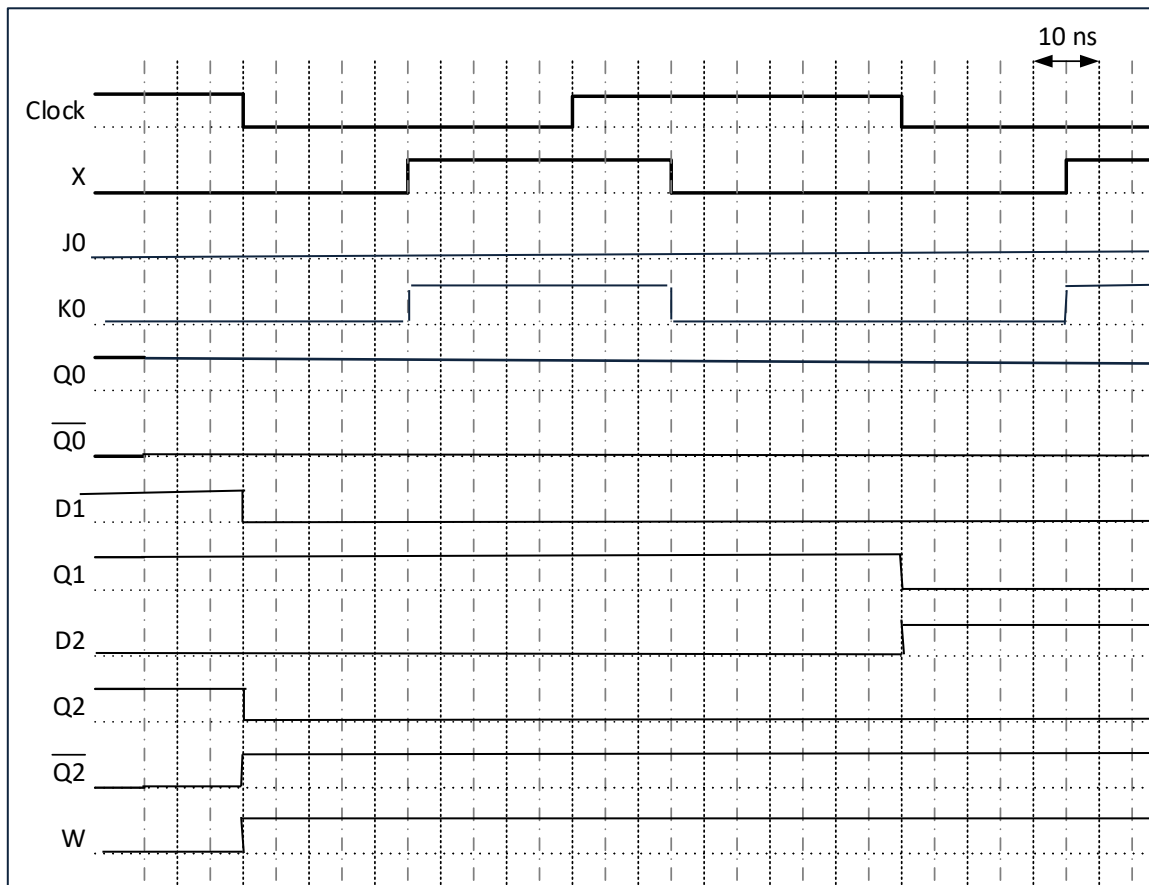
Aluno:	Nº
--------	----



4. Considere o circuito sequencial da figura abaixo.



a) Complete o diagrama temporal apresentado em baixo, desprezando os tempos de propagação em todos os componentes do circuito. .... [2,0 val.]



Aluno:	Nº
--------	----

- b) Considerando os tempos de propagação indicados na tabela ao lado, indique qual o caminho crítico que conduz ao mínimo período do sinal de relógio. Justifique..... [1,5 val.]

Componente	$t_p$ [ps]	$t_{su}$ [ps]	$t_H$ [ps]
Flip-Flop D	20	15	5
Flip-Flop JK	25	10	5
XOR	20	-	-
XNOR	25	-	-
NAND	10	-	-
NOR	20	-	-

FF(JK) -> XOR -> XNOR -> XOR -> FF(JK)

$$T_{min} = t_p(JK) + t_p(XOR) + t_p(XNOR) + t_p(XOR) + t_{su}(JK) = 100ps$$

- c) Indique o valor da frequência máxima de relógio. Justifique. ..... [1,0 val.]  
NOTA: apresente o resultado sob a forma de fração, caso não consiga fazer a operação.

$$f_{max} = 10 \text{ GHz}$$

Aluno:	Nº
--------	----