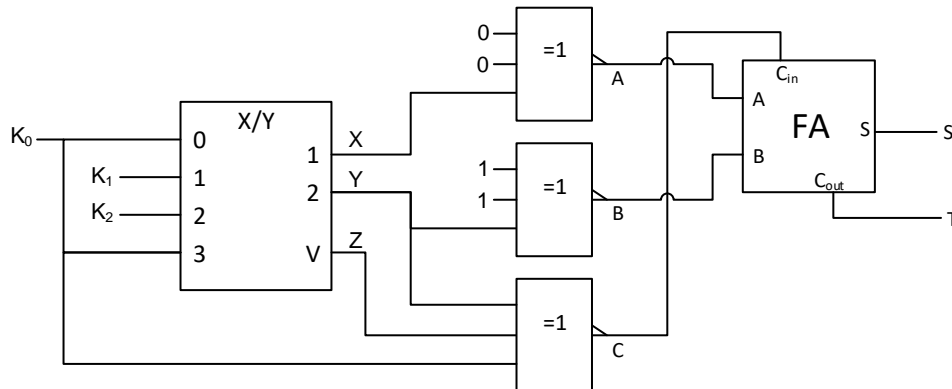


Antes de iniciar o teste, tenha em atenção o seguinte:

- i. Duração do teste: 1h30m.
- ii. O teste contempla 4 perguntas, distribuídas em 10 páginas.
- iii. Existem 4 variações distintas do teste: A, B, C e D.
- iv. O teste é sem consulta. Sobre a secretária apenas deve encontrar-se a sua identificação (cartão de estudante). **NÃO PODE UTILIZAR CALCULADORA.**
- v. Identifique todas as folhas do enunciado. Folhas não identificadas não serão cotadas!
- vi. Resolva o teste no próprio enunciado. Para cada questão é fornecido um espaço próprio, dentro do qual deverá responder. A sua dimensão está ajustada ao tamanho expectável da resposta.
- vii. Excepcionalmente, e caso realmente necessite, pode usar o espaço extra disponível das páginas em branco, colocadas ao longo do teste. Nesse caso, deve indicar junto ao enunciado da pergunta, que a resposta à mesma se encontra na página que utilizou.
- viii. Justifique adequadamente todas as respostas.
- ix. Responda ao teste com calma. Se não sabe responder a uma pergunta, passe à seguinte e volte a ela no fim.

1. Considere o seguinte circuito lógico:



a) Obtenha, através da inspeção do circuito, a tabela de verdade das funções Booleanas indicadas, em função de K_2, K_1, K_0 . Assuma que a variável K_0 representa o bit menos significativo. [1,5 val.]

K_2	K_1	K_0		Z	Y	X		A	B	C		T	S
0	0	0		0	0	0		1	1	1		1	1
0	0	1		1	1	1		0	0	0		0	0
0	1	0		1	0	1		0	1	0		0	1
0	1	1		1	1	1		0	0	0		0	0
1	0	0		1	1	0		1	0	1		1	0
1	0	1		1	1	1		0	0	0		0	0
1	1	0		1	1	0		1	0	1		1	0
1	1	1		1	1	1		0	0	0		0	0

Aluno:

Nº

- b) Considere a função $X(K_2, K_1, K_0)$. Represente-a na forma mínima conjuntiva (produto de somas) e implemente-a utilizando portas NOR de 2 entradas. Apresente o logigrama do circuito projetado. [1,0 val.]

Mapa de Karnaugh

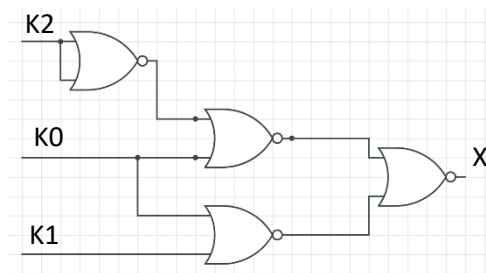
K1K0 K2	00	01	11	10
0	0	1	1	1
1	0	1	1	0

Representação da função: forma mínima conjuntiva

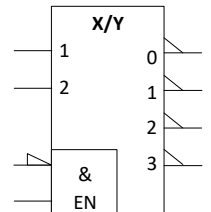
$$X(\overline{K_2}, K_1, K_0) = (K_1 + K_0) \cdot (\overline{K_2} + K_0)$$

Representação da função com portas NOR de 2 entradas

$$X(K_2, K_1, K_0) = (K_1 + K_0) \cdot (\overline{K_2} + K_0) = \overline{\overline{(K_1 + K_0)} + \overline{(\overline{K_2} + K_0)}}$$



- c) Considere agora as funções $S(K_2, K_1, K_0)$ e $T(K_2, K_1, K_0)$. Implemente ambas as funções utilizando obrigatoriamente o menor número possível de componentes iguais ao apresentado na figura ao lado. Para além deste(s) componente(s), poderá utilizar somente portas **NAND** de 2 entradas. [1,5 val.]

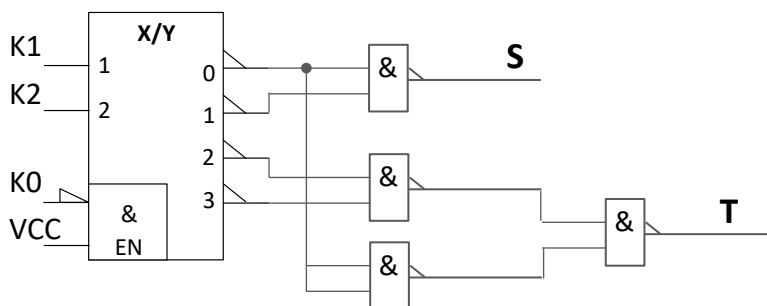


K2	K1	K0	T	S
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	1	0	0	1
0	1	1	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0

Funções representadas por min-termos:

$$S(K_2, K_1, K_0) = \sum m(0,2)$$

$$T(K_2, K_1, K_0) = \sum m(0,4,6)$$



Aluno:

Nº

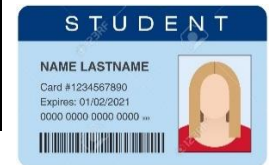
Pág. 2

2. Para controlar a saída dos alunos no final do turno da manhã, uma escola implementou um sistema que, após ler o número do aluno inscrito no código de barras do seu cartão, verifica na base de dados da escola se esse aluno tem aulas no período da manhã, de tarde, ou ambos. Verifica ainda se o aluno dispõe de senha de almoço para tomar a refeição na escola. Com base nesta informação, apenas deve deixar o aluno sair da escola se: (1) não tiver aulas de tarde ou, (2) tendo aulas de tarde, não tiver senha de almoço (almoça em casa).

Nº	Nome	Manhã	Tarde	Almoço
0	Afonso Matos		✓	✓
1	Ana Silva	✓		✓
2	Artur Santos	✓	✓	✓
3	Beatriz Ferreira		✓	✓
4	Carlos Pereira	✓	✓	
5	Daniel Oliveira		✓	✓
6	David Costa	✓		
7	Diogo Rodrigues	✓		✓
8	Filipe Martins	Anulou inscrição		
9	Gabriel Jesus		✓	

Nº	Nome	Manhã	Tarde	Almoço
10	Guilherme Sousa	✓		✓
11	Gustavo Fernandes		✓	✓
12	João Gonçalves	✓	✓	✓
13	José Gomes		✓	
14	Júlia Lopes	✓	✓	
15	Leonor Marques	✓		✓
16	Luis Alves	✓	✓	
17	Maria Almeida		✓	✓
18	Mariana Ribeiro	✓		✓
19	Martim Pinto	✓		

Nº	Nome	Manhã	Tarde	Almoço
20	Mateus Carvalho	Anulou inscrição		
21	Matilde Teixeira	✓	✓	
22	Miguel Moreira		✓	✓
23	Pedro Correia	✓		✓
24	Rafael Mendes		✓	✓
25	Rodrigo Nunes		✓	
26	Samuel Soares	✓		
27	Tiago Vieira	✓	✓	✓



Para o efeito, pretende-se implementar um mecanismo de torniquetes (à saída da escola) que recebe um código de 5 bits ($X_4X_3X_2X_1X_0$) referente ao número de aluno. Com base na informação nas tabelas acima, responda às perguntas que se seguem.

- a) Apresente a tabela de verdade das funções Booleanas $M(X_4X_3X_2X_1X_0)$, $T(X_4X_3X_2X_1X_0)$, $A(X_4X_3X_2X_1X_0)$, e $S(X_4X_3X_2X_1X_0)$, ativas a '1', correspondentes à informação dos alunos que têm aulas de manhã (**M**), de tarde (**T**), com senha de almoço (**A**) e com autorização para sair neste período. Assuma que o valor tomado por estas funções é irrelevante em todas as situações com informação indefinida..... [0,5 val.]

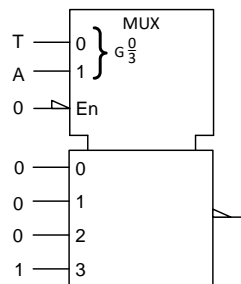
X_4	X_3	X_2	X_1	X_0	M	T	A	S
0	0	0	0	0	0	1	1	0
0	0	0	0	1	1	0	1	1
0	0	0	1	0	1	1	1	0
0	0	0	1	1	0	1	1	0
0	0	1	0	0	1	1	0	1
0	0	1	0	1	0	1	1	0
0	0	1	1	0	1	0	1	1
0	0	1	1	1	1	0	1	1
0	1	0	0	0	x	x	x	X
0	1	0	0	1	0	1	0	1
0	1	0	1	0	1	0	1	1
0	1	0	1	1	0	1	1	0
0	1	1	0	0	1	1	1	0
0	1	1	0	1	0	1	1	1
0	1	1	1	0	1	0	1	1
0	1	1	1	1	1	0	1	1
1	0	0	0	0	1	1	0	1
1	0	0	0	1	0	1	1	0
1	0	0	1	0	1	0	1	1
1	0	0	1	1	1	0	0	1
1	0	1	0	0	x	x	x	X
1	0	1	0	1	1	1	0	1
1	0	1	1	0	0	1	1	0
1	0	1	1	1	1	0	1	1
1	1	0	0	0	0	1	1	0
1	1	0	0	1	0	1	0	1
1	1	0	1	0	0	1	0	1
1	1	0	1	1	1	1	1	0
1	1	1	0	0	x	x	x	X
1	1	1	0	1	x	x	x	X
1	1	1	1	0	x	x	x	X
1	1	1	1	1	x	x	x	X
1	1	1	1	1	x	x	x	X

Aluno:	Nº
--------	----

- b) Apresente a expressão Booleana mínima para a função $S(M,T,A)$ que representou na alínea anterior.
NOTA: não deve usar mapas de Karnaugh..... [0,5 val.]

$$\bar{T} + T\bar{A} = \bar{T} + \bar{A}$$

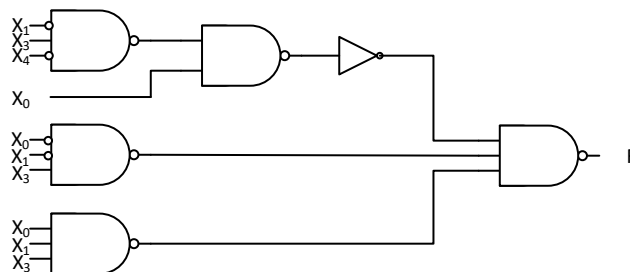
- c) Implemente a função $S(M,T,A)$ utilizando o multiplexer 4:1 apresentado. Caso seja necessário, pode também utilizar portas lógicas do tipo XOR de 2 entradas..... [2,0 val.]



- d) Implemente a seguinte expressão e desenhe o respectivo logigrama utilizando exclusivamente portas lógicas NOT e NAND3: $F = (\bar{X}_4 \cdot X_3 \cdot \bar{X}_1) + \bar{X}_0 + X_3(\bar{X}_1 \oplus X_0)$ [1,5 val.]

$$F = (\bar{X}_4 \cdot X_3 \cdot \bar{X}_1) + \bar{X}_0 + X_3(\bar{X}_1 \cdot \bar{X}_0 + X_0 X_1) = (\bar{X}_4 \cdot X_3 \cdot \bar{X}_1) + \bar{X}_0 + X_3 \cdot \bar{X}_1 \cdot \bar{X}_0 + X_3 \cdot X_0 \cdot X_1 =$$

$$\overline{\overline{(\bar{X}_4 \cdot X_3 \cdot \bar{X}_1) \cdot X_0 \cdot (X_3 \cdot \bar{X}_1 \cdot \bar{X}_0) \cdot (X_3 \cdot X_0 \cdot X_1)}} = \overline{\overline{\overline{(\bar{X}_4 \cdot X_3 \cdot \bar{X}_1) \cdot X_0 \cdot (X_3 \cdot \bar{X}_1 \cdot \bar{X}_0) \cdot (X_3 \cdot X_0 \cdot X_1)}}} =$$



Aluno:

Nº

e) Para incentivar a aprendizagem da língua Inglesa, a escola separou os alunos em três grupos, de acordo com o seu aproveitamento à disciplina de Inglês. Enquanto que os alunos do grupo bom foram premiados com uma visita de estudo a Londres, os do grupo insatisfatório não poderão ir à visita e serão obrigados a frequentar aulas de apoio. Assume-se irrelevante a decisão a tomar ao grupo intermédio.

- Alunos com aproveitamento bom: 0, 2, 4, 5, 9, 13, 14, 15, 16, 17, 21, 23, 27
- Alunos com aproveitamento intermédio: 1, 11, 18, 25
- Alunos com aproveitamento insatisfatório: restantes alunos inscritos



Minimize a função $L(X_4X_3X_2X_1X_0)$, que define os alunos que irão viajar para Londres, utilizando o método de minimização de Karnaugh e apresente a sua expressão mínima disjuntiva (soma de produtos). [2,0 val.]

		$X_2 X_1 X_0$							
$X_4 X_3$		000	001	011	010	110	111	101	100
00		1	X		1			1	1
01		X	1	X		1	1	1	
11			X	1		X	X	X	X
10		1	1		X		1	1	X

$$L = \overline{X_3} \overline{X_2} \overline{X_0} + \overline{X_3} \overline{X_1} + X_3 X_0 + X_4 X_2 X_0 + X_3 X_2 X_1$$

f) Recentemente, a escola recebeu uma nova matrícula de um aluno, a que lhe foi atribuído o Nº 8. Por lapso, o diretor esqueceu-se de o classificar de acordo com a sua prestação a Inglês. Indique o valor da função $L(X_4X_3X_2X_1X_0)$ para este novo aluno. Justifique. [0,5 val.]

$L(8_a)$ ou $L(01000) = 0$, pois o mintermo m_8 não foi agrupado

Aluno:	Nº
--------	----

A não identificação desta folha implica que as respostas que lhe correspondem não lhe serão atribuídas.



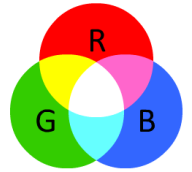
(Página deixada intencionalmente em branco.)

Aluno:

Nº

A não identificação desta folha implica que as respostas que lhe correspondem não lhe serão atribuídas.

3. Um determinado fabricante de tintas definiu uma gama de cores que se caracterizam pelas seguintes relações entre as suas componentes primárias RGB: $R + G + B = 255$

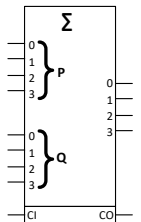


a) Cada um dos tons de cor disponível nesta gama de produto é identificado pelo valor da componente R. Em particular, o tom de cor designado de "Red Robin" caracteriza-se por possuir um valor da componente R compreendido no seguinte intervalo: $119 \leq R \leq 127$. Para o efeito, torna-se necessário utilizar o valor fronteira $R_{inf} = 119$.

- Apresente este valor na base 2, em notação de complemento para 2 com 8 bits. [1,0 val.]
- Represente o mesmo valor na base 16 e em BCD. [0,5 val.]

$119_{10} = 0111\ 0111_2 = 77_{16}$

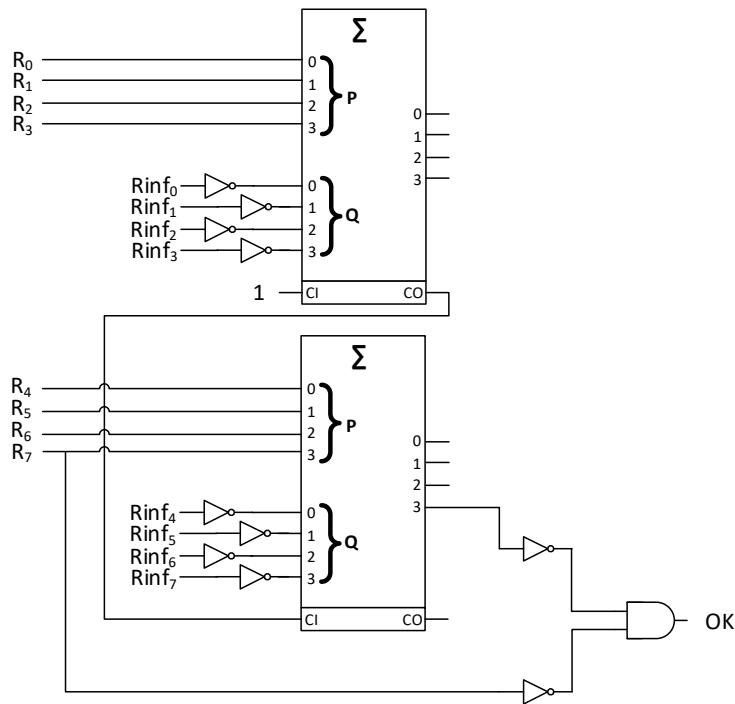
b) Projete o circuito do calibrador de cor que, recebendo na sua entrada o valor da componente R (8-bits) utilizando uma representação binária natural (sem sinal), indique na sua saída OK (1-bit) se o valor introduzido está dentro da gama permitida para este tom. Utilize somadores de 4-bits e o mínimo de lógica adicional. [1,5 val.]



Condição: $119 \leq R \leq 127$

- Como R tem uma representação sem sinal, $R \leq 127 \Leftrightarrow R_7=0$
- Como R tem uma representação sem sinal, $R \geq R_{inf} \Leftrightarrow R - R_{inf} \geq 0 \Leftrightarrow$ Bit 7 da diferença $(R - R_{inf})$ deve se 0

Aluno:	Nº
--------	----

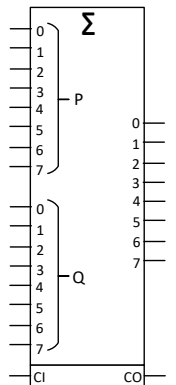


- c) Para transformar uma imagem a cores numa imagem a preto e branco, as três componentes de cor (RGB) de cada pixel de uma imagem são transformadas num tom de cinzento (Y) dado pela seguinte transformação linear: $Y = 0.2126 \times R + 0.7152 \times G + 0.0722 \times B$

Contudo, é muito habitual a adoção da seguinte aproximação de modo a facilitar o cálculo desta expressão utilizando aritmética inteira: $Y = (3R + 4G + B)/8$

Projete um circuito para o cálculo da expressão anterior assumindo que cada componente de cor (R,G,B) é representada por 8-bits. Utilize, para o efeito, somadores de 8-bits. [2,0 val.]

Sugestão: manipule a expressão anterior utilizando a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição e tenha em atenção que $3R=4R-R$.

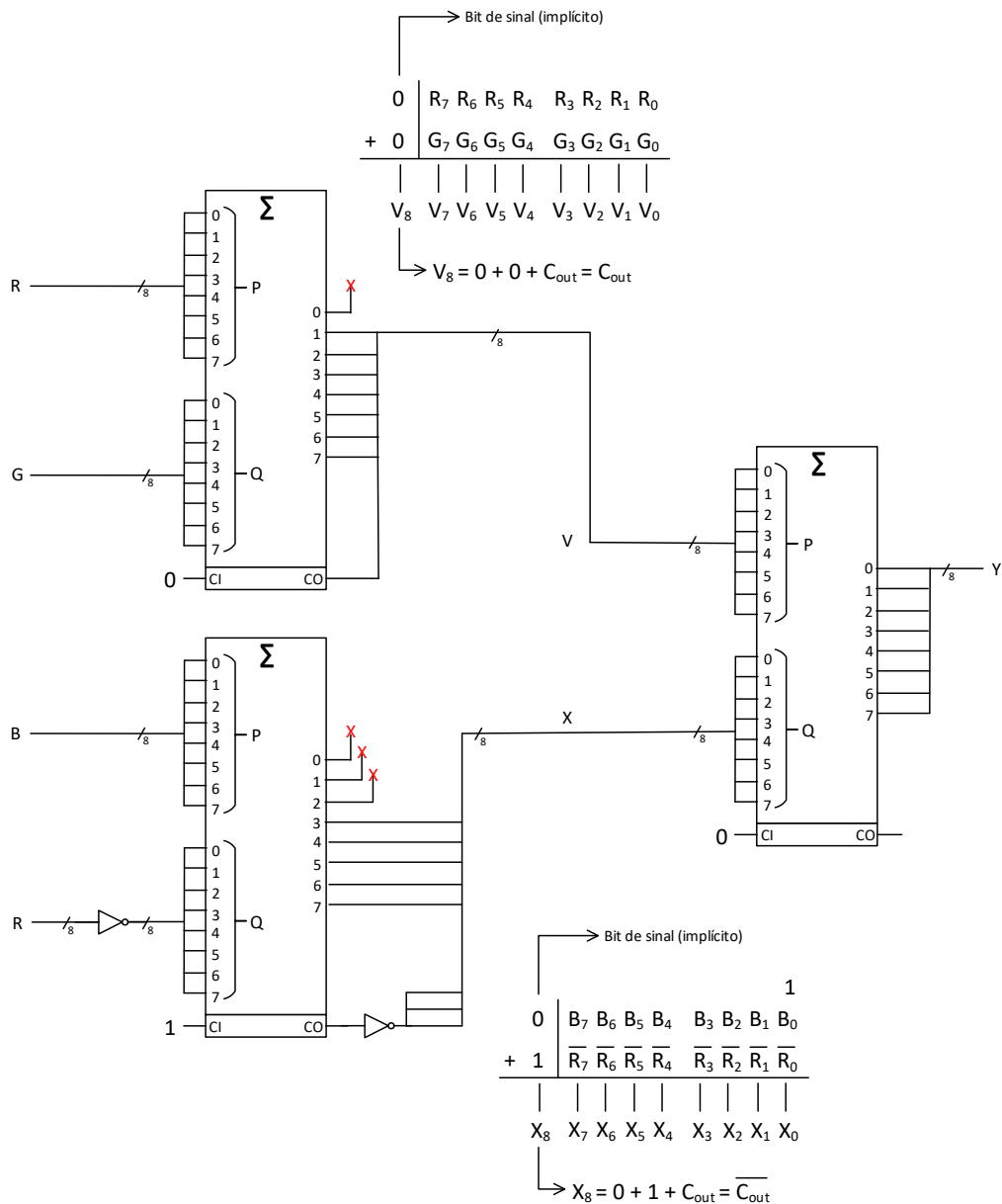


$$Y = \frac{3R + 4G + B}{8} = \frac{4R - R + 4G + B}{8} = \frac{4R + 4G}{8} + \frac{B - R}{8} = \frac{R + G}{2} + \frac{B - R}{8}$$

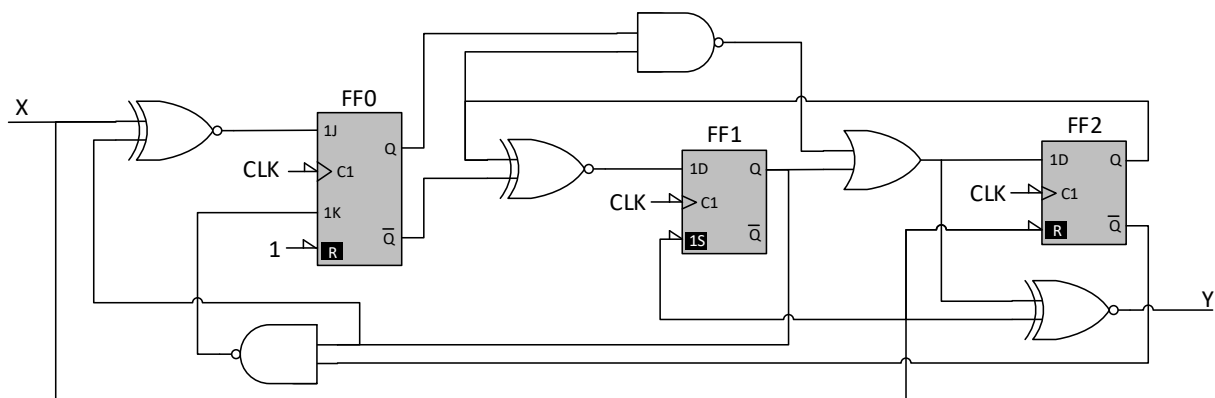
Aluno:

Nº

Pág. 8



4. Considere o circuito sequencial da figura abaixo.

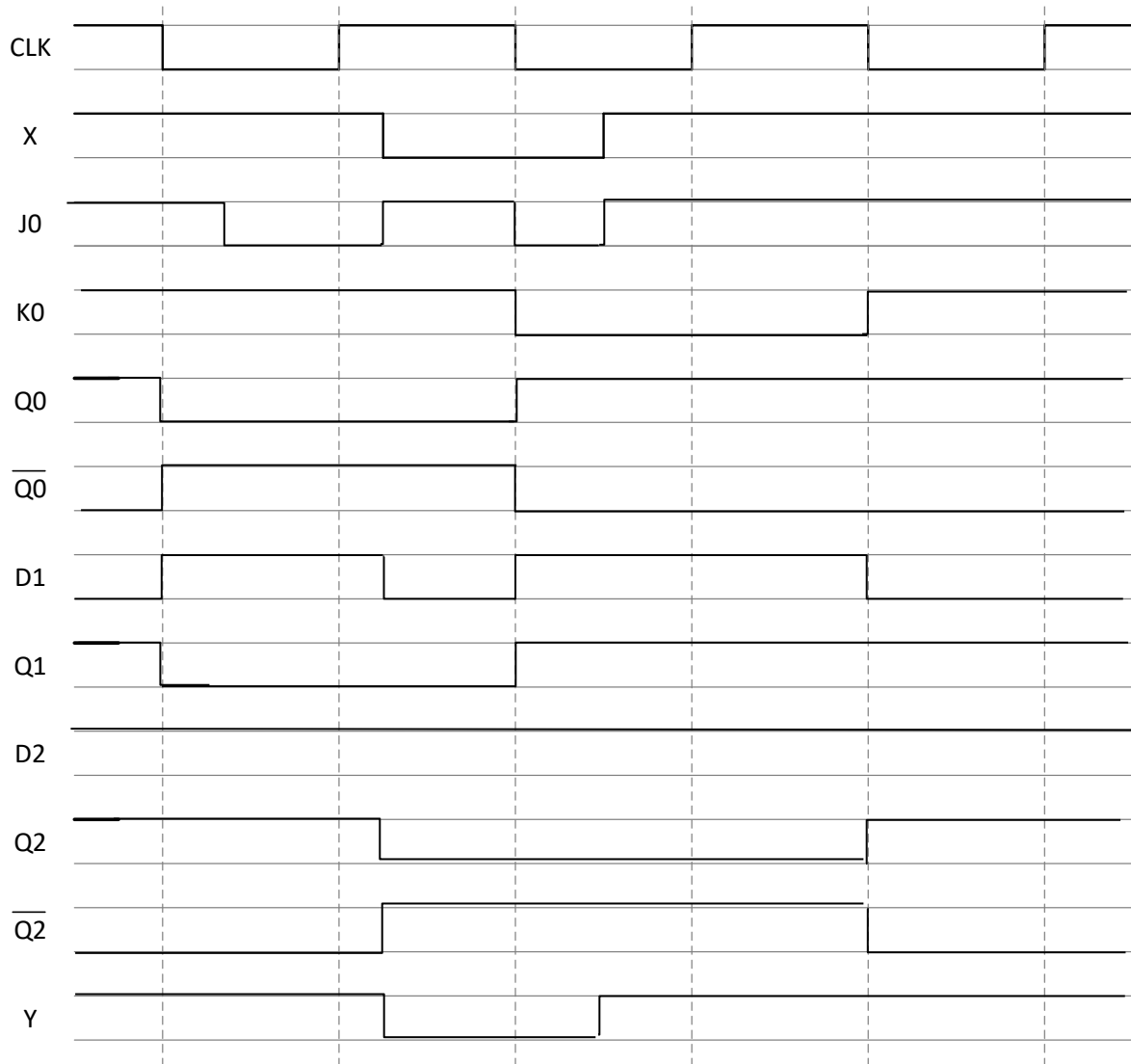


Aluno:

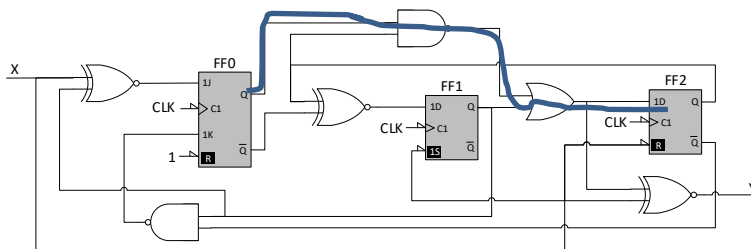
Nº

Pág. 9

- a) Complete o diagrama temporal apresentado em baixo, desprezando os tempos de propagação/setup em todos os componentes do circuito. Assuma o seguinte estado inicial $Q_2Q_1Q_0 = 111$ [2,0 val.]
NOTA: tenha em atenção de que alguns flip-flops têm entradas assíncronas.



- b) Considerando os tempos de propagação indicados na tabela ao lado, assinale o caminho crítico do circuito e indique o valor do período mínimo do sinal de relógio. Justifique. [1,5 val.]



Componente	t_p [ps]	t_{su} [ps]	t_h [ps]
Flip-Flop D	20	12.5	5
Flip-Flop JK	25	12.5	5
OR2	17.5	-	-
NAND2	15	-	-
XNOR2	25	-	-

Aluno:

Nº

Pág. 10



$$T_{min} = t_p(JK) + t_p(NAND2) + t_p(OR2) + t_{su}(D) = 70 \text{ ps}$$

- c) Indique o valor da frequência máxima de relógio. Justifique. [0,5 val.]
NOTA: apresente o resultado sob a forma de fração, caso não consiga fazer a operação.

$$f_{max} = 1/T_{min} = 100/7 \text{ GHz}$$

Aluno:

Nº